华政附中 2026 学年第一学期高一年级数学期中考试试卷

参考答案与解析

---

1. 参考答案： $\{1,2\}$

解析： 满足 $0<x<3$ 的整数只有 1 和 2，故集合可表示为 $\{1,2\}$。

2. 参考答案： -1

解析： 由 $a-3=-3$ 或 $2a-1=-3$，得 $a=0$ 或 $a=-1$。当 $a=0$ 时，$2a-1=-1$，与题中另一元素重复，按集合元素互异性舍去；$a=-1$ 时集合为 $\{-4,-3,-1\}$，符合题意。

3. 参考答案： -2

解析： 由幂的运算性质，$\left(\dfrac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a^5}}\right)^2=\left(a^{\frac{3}{2}-\frac{5}{2}}\right)^2=a^{-2}$，故 $k=-2$。

4. 参考答案： 4

解析： 由韦达定理得 $x_1+x_2=-1$，$x_1x_2=-4$，故 $x_1^2x_2+x_1x_2^2=x_1x_2\,(x_1+x_2)=4$。

5. 参考答案： $x\geq 1$ 且 $y\geq 1$

解析： 反证法应假设结论不成立；“$x<1$ 或 $y<1$”的否定为“$x\geq 1$ 且 $y\geq 1$”。

6. 参考答案： $(0,2)$

解析： $x=0$ 时原式无意义，$x<0$ 时不等式不成立；$x>0$ 时，由 $\frac{2}{x}>1$ 得 $x<2$，故解集为 $(0,2)$。

7. 参考答案： $\dfrac{2m+n}{1-m}$

解析： 由换底公式，$\log_5 12=\dfrac{\lg 12}{\lg 5}=\dfrac{2\lg 2+\lg 3}{1-\lg 2}=\dfrac{2m+n}{1-m}$。

8. 参考答案： 1 或 $-\frac{1}{8}$

解析： 有且仅有两个子集，说明 A 只有一个元素。当 $a=1$ 时，方程为 $3x-2=0$，符合；当 $a\neq 1$ 时，须 $\Delta=9+8(a-1)=8a+1=0$，得 $a=-\frac{1}{8}$。

9. 参考答案： $[-1,7)$

解析： $A=(-2,6)$，$B=(a-1,+\infty)$。并集为 $(-2,+\infty)$，须 $a-1\geq -2$，且 $a-1<6$ 以覆盖 $x=6$，故 $-1\leq a<7$。

10. 参考答案： $(-4,0]$

解析： 分子 $x^2-8x+20=(x-4)^2+4>0$，故须 $mx^2-mx-1<0$ 对一切实数 x 成立。当 $m=0$ 时符合；当 $m<0$ 时须 $\Delta=m^2+4m<0$，得 $-4<m<0$；当 $m>0$ 时不可能。综上，$-4<m\leq 0$。

11. 参考答案： 8

解析： 设 $t=a+2b=ab>0$，则 $t=a+2b\geq 2\sqrt{2ab}=2\sqrt{2t}$，故 $t\geq 8$。当 $a=4$、$b=2$ 时取等号，最小值为 8。

12. 参考答案： $(-2,-1)\cup(1,3)$

解析： 设 $f(t)=\dfrac{k}{t+a}+\dfrac{t+b}{t+c}$。当 $x\neq 0$ 时，所求不等式即 $f\left(\frac{1}{x}\right)<0$，故 $-1<\frac{1}{x}<-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{3}<\frac{1}{x}<1$，解得 $-2<x<-1$ 或 $1<x<3$。而 $x=0$ 时，原式左边为 1，不符合。因此解集为 $(-2,-1)\cup(1,3)$。

13. 参考答案： C

解析： 解方程组得 $x=2$、$y=1$，解集的元素应为有序数对，故解集为 $\{(2,1)\}$，选 C。

14. 参考答案： D

解析： 若 $a>b$，则 $a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)>0$。A 在 $c=0$ 时不成立；B 可取 $a=1$、$b=-2$ 反驳；C 可取 $a=2$、$b=1$、$c=4$、$d=3$ 反驳。因此选 D。

15. 参考答案： B

解析： 若 $|x|-|y|=|x-y|$，两边平方得 $|xy|=xy$，故 $xy\geq 0$。反之，取 $x=1$、$y=2$，有 $xy\geq 0$，但 $|x|-|y|=-1\neq 1=|x-y|$，故该条件为必要非充分条件，选 B。

16. 参考答案： C

解析： $\lg\left(2025^{2026}\right)=2026\lg 2025\approx 2026\times 3.3064=6698.7664$，故 $10^{6698}<2025^{2026}<10^{6699}$，该数的位数为 6699，选 C。

17. 参考答案： $a^2+b^2\geq 4a-2b-5$，当且仅当 $a=2$、$b=-1$ 时取等号。

解析： 作差得 $a^2+b^2-(4a-2b-5)=(a-2)^2+(b+1)^2\geq 0$。两平方项同时为 0 时取等号，即 $a=2$、$b=-1$；否则左式大于右式。

18.（1） 参考答案： 1

解析： 利用对数运算性质，原式 $=\log_3\left(\frac{27}{5}\times\frac{2}{3}\div\frac{6}{5}\right)=\log_3 3=1$。

18.（2） 参考答案： $(-\infty,-3)\cup(2,+\infty)$

解析： 由 $x^2+x-6=(x+3)(x-2)>0$，得 $x<-3$ 或 $x>2$；由 $|2x-1|>3$，得 $x<-1$ 或 $x>2$。两者取交集，得 $x<-3$ 或 $x>2$，故解集为 $(-\infty,-3)\cup(2,+\infty)$。

19.（1） 参考答案： $y=16-x-\frac{4}{x+1}$，$0\leq x\leq 3$。

解析： 销售收入为 $\left(4+\frac{20}{p}\right)p$ 万元，故 $y=\left(4+\frac{20}{p}\right)p-(10+2p)-x=2p+10-x$。代入 $p=3-\frac{2}{x+1}$，得 $y=16-x-\frac{4}{x+1}$，定义域为 $[0,3]$。

19.（2） 参考答案： 投入促销费用 1 万元时，利润最大，为 13 万元。

解析： 由（1）得 $y=16-x-\frac{4}{x+1}$。令 $t=x+1$，则 $1\leq t\leq 4$，$y=17-\left(t+\frac{4}{t}\right)\leq 17-2\sqrt{t\cdot\frac{4}{t}}=13$。当且仅当 $t=\frac{4}{t}$，即 $t=2$、$x=1$ 时取等号，且 $x=1$ 在定义域内。因此投入促销费用 1 万元时，最大利润为 13 万元。

20.（1） 参考答案： $A\cup B=(-2,4)$，$A\cap B=(0,3)$。

解析： 当 $a=2$ 时，$|x-2|<2$，即 $0<x<4$，故 $A=(0,4)$；与 $B=(-2,3)$ 求并集、交集，得 $A\cup B=(-2,4)$，$A\cap B=(0,3)$。

20.（2） 参考答案： $a\leq 1$，即 $a\in(-\infty,1]$。

解析： $A\cap B=A$ 等价于 $A\subseteq B$。当 $a\leq 0$ 时，$A=\varnothing$，符合题意；当 $a>0$ 时，$A=(2-a,2+a)$，须 $2-a\geq -2$ 且 $2+a\leq 3$，得 $0<a\leq 1$。合并得 $a\leq 1$。

21.（1） 参考答案： $P=\left(-3,\frac{1}{3}\right)$。

解析： 由绝对值不等式两边平方，得 $(2x-k)^2<(x+2k)^2$，即 $(3x+k)(x-3k)<0$。代入 $k=-1$，得 $(3x-1)(x+3)<0$，故 $-3<x<\frac{1}{3}$，即 $P=\left(-3,\frac{1}{3}\right)$。

21.（2） 参考答案： $k\in(-7,1]$。

解析： $Q=\varnothing$ 等价于 $(k-1)x^2+(k-1)x-2<0$ 对一切实数 x 成立。

当 $k=1$ 时，左式恒为 -2，符合；当 $k>1$ 时，二次项系数为正，不可能恒小于 0。

当 $k<1$ 时，须 $\Delta=(k-1)^2+8(k-1)=(k-1)(k+7)<0$，得 $-7<k<1$。综上，$-7<k\leq 1$。注意 $k=-7$ 时，原式为 $-8\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$，此时 $Q=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$，不能取该端点。

21.（3） 参考答案： 存在，$k\in\left[-\frac{8}{3},-\frac{7}{3}\right)\cup\left(\frac{2}{3},1\right]$。

解析： 由（2）知 $T=(-\infty,-7]\cup(1,+\infty)$。集合 S 有且仅有两个子集，等价于 S 只有一个元素。因此，须使 P 中恰有一个整数满足 $x\leq -7$ 或 $x\geq 2$。

当 $k=0$ 时，$P=\varnothing$，不符合。

当 $k>0$ 时，$P=\left(-\frac{k}{3},3k\right)$。若 $0<k\leq\frac{2}{3}$，则 $S=\varnothing$；若 $k>1$，则 2、3 都属于 S。故只可能 $\frac{2}{3}<k\leq 1$，此时 $S=\{2\}$，符合题意。

当 $k<0$ 时，$P=\left(3k,-\frac{k}{3}\right)$。若 $-\frac{7}{3}\leq k<0$，则 $S=\varnothing$；若 $k<-\frac{8}{3}$，则 -8、-7 都属于 S。故只可能 $-\frac{8}{3}\leq k<-\frac{7}{3}$，此时 $S=\{-7\}$，符合题意。

综上，所求范围为 $\left[-\frac{8}{3},-\frac{7}{3}\right)\cup\left(\frac{2}{3},1\right]$。其中，$k=-\frac{8}{3}$ 时 -8 是开区间端点、不计入 P；$k=1$ 时 3 是开区间端点、不计入 P，所以这两个参数端点可以取到。