华政附中 2026 学年第一学期高一年级数学期中考试试卷

一、填空题（本大题满分 36 分）

本大题共有 12 题，要求直接填写结果，每个空格填对得 3 分，否则一律得零分。

1.（3 分）集合 $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 < x < 3\}$，可用列举法表示为 _____。

2.（3 分）若 $-3 \in \{a-3, 2a-1, -1\}$，则 a 的值为 _____。

3.（3 分）若实数 $a > 0$，且 $a \neq 1$，$\left(\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a^5}}\right)^2 = a^k$，则 $k =$ _____。

4.（3 分）已知方程 $x^2 + x - 4 = 0$ 的两个根为 x_1、x_2，则 $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 =$ _____。

5.（3 分）用反证法证明命题“若 $x + y < 2$，则 $x < 1$ 或 $y < 1$”，则应假设 _____。

6.（3 分）不等式 $\frac{2}{x} > 1$ 的解集为 _____。

7.（3 分）已知 $\lg 2 = m$，$\lg 3 = n$，则用 m、n 表示 $\log_5 12 =$ _____。

8.（3 分）已知集合 $A = \{x \mid (a-1)x^2 + 3x - 2 = 0\}$ 有且仅有两个子集，则实数 $a =$ _____。

9.（3 分）已知集合 $A = \{x \mid -2 < x < 6\}$，$B = \{x \mid x > a - 1\}$，且 $A \cup B = \{x \mid x > -2\}$，则实数 a 的取值范围是 _____。

10.（3 分）若不等式 $\frac{x^2-8x+20}{mx^2-mx-1} < 0$ 对一切 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立，则实数 m 的取值范围为 _____。

11.（3 分）已知 $a > 0$，$b > 0$ 且满足 $a + 2b = ab$，则 $a + 2b$ 的最小值为 _____。

12.（3 分）对于问题：“已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $(-1,2)$，解关于 x 的不等式 $ax^2-bx+c>0$”，给出如下一种解法：
解析：由 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-1, 2)$，得 $a(-x)^2 + b(-x) + c > 0$ 的解集为 $(-2, 1)$，即关于 x 的不等式 $ax^2 - bx + c > 0$ 的解集为 $(-2, 1)$。
参考上述解法：若关于 x 的不等式 $\frac{k}{x+a} + \frac{x+b}{x+c} < 0$ 的解集为 $\left(-1, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, 1\right)$，则关于 x 的不等式 $\frac{kx}{ax+1} + \frac{bx+1}{cx+1} < 0$ 的解集为 _____。

二、选择题（本大题满分 12 分）

本大题共有 4 题，每题有且只有一个结论是正确的，选对得 3 分，不选、选错或者选出的代号超过一个一律得零分。

13.（3 分）下列集合中，表示方程组 $\begin{cases} x + y = 3, \\ x - y = 1 \end{cases}$ 的解集的是（　　）

A. $\{2, 1\}$　　B. $\{x = 2, y = 1\}$　　C. $\{(2, 1)\}$　　D. $\{(1, 2)\}$

14.（3 分）下列不等式成立的为（　　）
A. 若 $a > b$，则 $ac^2 > bc^2$　　B. 若 $a > b$，则 $a^2 > b^2$
C. 若 $a > b$，$c > d$，则 $a + b > c + d$　　D. 若 $a > b$，则 $a^3 > b^3$

15.（3 分）已知 x、$y \in \mathbb{R}$，则“$xy \geq 0$”是“$|x| - |y| = |x - y|$”的（　　）条件
A. 充分非必要　　B. 必要非充分　　C. 充要　　D. 既非充分也非必要

16.（3 分）数学运算是指在明晰运算对象的基础上，依据运算法则解决数学问题的素养。因为运算，数的威力无限；没有运算，数就只是一个符号，对数运算与指数运算是两类重要的运算，对数的运算性质降低了运算的级别，简化了运算，在数学发展史上是伟大的成就。而位数是指一个自然数有效位的个数，例如：$2^{10} = 1024$，所以 2^{10} 的位数为 4。请你运用所学过的对数运算的知识，估计 2025^{2026} 的位数是（　　）（$\lg 2025 \approx 3.3064$）
A. 6697　　B. 6698　　C. 6699　　D. 6700

三、解答题（本大题满分 52 分）

本大题共有 5 题，解答下列各题必须写出必要的步骤。

17.（8 分）已知 a、b 为实数，比较 a^2+b^2 与 $4a-2b-5$ 的值的大小；

18.（10 分）

（1） 求值：$\log_3 \frac{27}{5}+\log_3 \frac{2}{3}-\log_3 \frac{6}{5}$ 的值（必须写出关键过程）；

（2） 求不等式组的解集：$\begin{cases} x^2+x-6>0, \\ |2x-1|>3 \end{cases}$；

19.（10 分）为提高销量，某厂家拟投入适当的费用，对网上所售产品进行促销。经调查测算，该促销产品的销售量 p 万件与促销费用 x（$0 \le x \le 3$）万元满足 $p=3-\frac{2}{x+1}$。已知生产该批产品 p 万件需投入成本 $(10+2p)$ 万元（不含促销费用），产品的销售价格定为 $\left(4+\frac{20}{p}\right)$ 元/件。假定该厂家的产量与销量相等，且均为 p 万件。

（1） 将该产品的利润 y 万元表示为促销费用 x 万元的函数；（利润 = 销售收入 − 产品成本 − 促销费用）

（2） 请问投入促销费用多少万元时，厂家获得的利润最大?

20.（12 分）已知集合 $A=\{x \mid |x-2|<a\}$，集合 $B=\{x \mid -2<x<3\}$。

（1） 若 $a=2$，求 $A \cup B$、$A \cap B$；

（2） 若 $A \cap B=A$，求实数 a 的取值范围。

21.（12 分）设集合 $P=\{x \mid |2x-k|<|x+2k|\}$，集合 $Q=\left\{x \mid (k-1)x^2+(k-1)x-2 \ge 0\right\}$。

（1） 若 $k=-1$，求集合 P。

（2） 若 $Q=\varnothing$，求 k 的取值范围。

（3） 设集合 $T=\{k \mid Q \ne \varnothing\}$，$S=(P \cap T) \cap \mathbb{Z}$，其中 $\mathbb{Z}$ 是整数集。是否存在 k 使得集合 S 有且仅有两个子集? 若存在，求出 k 的取值范围；若不存在，说明理由。